

TWSBR 轨迹跟踪控制器设计与实现

李爱娟, 孙超*, 王特, 刘刚, 高博逊

山东交通学院汽车工程学院, 山东 济南 250357

摘要:为解决两轮自平衡机器人(two-wheeled self-balancing robot, TWSBR)在实际运行中稳定性差、轨迹跟踪误差大、控制策略复杂等问题,对 TWSBR 进行动力学和运动学分析并建立数学模型,基于线性二次型调节器(linear quadratic regulator, LQR)设计前向控制系统,基于滑模变结构控制(sliding mode variable structure controller, SMVSC)设计转向控制系统,对 LQR 前向控制系统和 SMVSC 转向控制系统进行仿真试验。仿真试验表明:TWSBR 实际转向角在试验开始后 1.2 s 达到期望转向角,实际车身倾角在试验开始后 2 s 达到期望车身倾角,实际车速在试验开始后 3 s 达到期望车速。设计跟踪轨迹生成器,构建 TWSBR 轨迹跟踪控制系统,搭建 TWSBR 试验平台,进行 TWSBR 轨迹跟踪试验。试验结果表明:TWSBR 车身倾角误差、车身倾角速度误差、转向角误差、转向角速度误差在试验开始后 1 s 稳定在 0 附近,位移误差、车速误差在试验开始后 2 s 稳定在 0 附近,TWSBR 各状态变量稳定后波动范围较小,考虑到传感器采集误差、电机驱动精度等因素,表明 TWSBR 轨迹跟踪效果较好,可实现位移跟踪、车速跟踪、车身倾角跟踪和转向角跟踪。

关键词:TWSBR; LQR 前向控制系统; SMVSC 转向控制系统; 轨迹跟踪; 试验平台

中图分类号:U298.2

文献标志码:A

文章编号:1672-0032(2025)04-0091-09

引用格式:李爱娟,孙超,王特,等. TWSBR 轨迹跟踪控制器设计与实现[J]. 山东交通学院学报, 2025, 33(4): 91-99.

LI Aijuan, SUN Chao, WANG Te, et al. Design and implementation of TWSBR trajectory tracking controller[J]. Journal of Shandong Jiaotong University, 2025, 33(4): 91-99.

0 引言

智能移动设备两轮自平衡机器人(two-wheeled self-balancing robot, TWSBR)为双轮共轴结构,电机独立驱动,通过动态控制车身倾角调整重心位置实现自主平衡^[1-2]。TWSBR 具有功耗低、转弯半径小、灵活性高、动态响应快等特点^[3-4],广泛应用于工业、教育、医疗、交通等领域^[5-6]。TWSBR 的动力学特性与直立摆结构相似,具有稳定性差、非线性、强耦合等特性,属于典型的欠驱动系统,控制难度较大^[7-8]。

国内外学者开展了 TWSBR 姿态平衡控制策略研究,韩帅等^[9]设计模糊自适应补偿算法控制两轮自平衡小车,仿真试验结果表明该算法对未知外部干扰和建模不确定性进行自适应补偿;项思哲等^[10]设计改进单神经元比例积分微分(proportional integral derivative, PID)算法控制平衡小车,动态调整比例、积分和微分控制参数,仿真结果表明该算法具有较好的跟踪性能和抗干扰能力;Chen 等^[11]设计具有扰动估计技术的分层滑模策略控制两轮自平衡车,构建由速度和倾角数据组成的滑动面模型,实现较好的姿态

收稿日期:2025-04-23

基金项目:山东省重点研发计划(重大科技创新工程)项目(2022CXGC020706);山东省科技型中小企业创新能力提升工程项目(2023TSGC0288);济南市高校院所科研带头人工作室项目(202333067)

第一作者简介:李爱娟(1980—),女,山东潍坊人,教授,硕士研究生导师,工学博士,主要研究方向为智能车辆轨迹规划与控制、车辆智能检测方法,E-mail: liaijuan@sdjtu.edu.cn。

*通信作者简介:孙超(1998—),男,山东潍坊人,硕士研究生,主要研究方向为智能车辆控制与轨迹规划,E-mail: 1298038134@qq.com。

平衡和速度跟踪性能;Ghahremani 等^[12]建立两轮自平衡车动力学模型,设计滑模控制(sliding mode control, SMC)算法,采用软件 ADAMS、MATLAB 联合仿真,验证控制器具有较好的速度跟踪性能和鲁棒性;Kim 等^[13]提出一种非线性动态姿态控制策略,对两轮自平衡车进行动态轨迹规划,提高两轮自平衡车系统的动态控制性能;Gong 等^[14]采用二次最优控制理论设计欠驱动轮式倒立摆系统的控制策略,解决轮式倒立摆系统自由度大于控制输入造成的不可控问题。上述研究主要集中于两轮自平衡车系统的姿态平衡控制和轨迹跟踪控制的仿真研究,缺少试验验证。控制策略复杂性较高,采用编程语言编写的电子控制器程序代码不能完全复现仿真研究所采用的控制策略算法,导致试验结果与仿真研究结果存在偏差。

为解决 TWSBR 在实际运行中稳定性差,轨迹跟踪误差大,控制策略复杂且难以转化为电子控制器程序代码的问题,分析 TWSBR 结构组成和运行原理,建立动力学模型和运动学模型,采用线性二次型调节器(linear quadratic regulator, LQR)设计前向控制系统,采用滑模变结构控制(sliding mode variable structure controller, SMVSC)设计转向控制系统,设计跟踪轨迹生成器,构建 TWSBR 轨迹跟踪控制系统,搭建 TWSBR 试验平台,将控制策略离散化处理、编程并下载到电子控制器,开展仿真试验和实物试验,以期 TWSBR 实际应用提供理论依据和试验验证。

1 系统模型建立

1.1 动力学模型

TWSBR 的左右车轮横向共轴分布,底盘、车身安装在车轮正上方,为典型的轮式倒立摆结构^[15],采用软件 SolidWorks 建立三维模型,如图 1 所示。TWSBR 试验平台由电源转换电路、驱动电路、电子控制器、电池组、底盘、车轮和直流减速电机等组成,试验平台如图 2 所示。电子控制器由以 STM32F103C8T6 为核心的微处理单元(micro controller unit, MCU)、姿态传感器和车速传感器组成。电子控制器通过姿态传感器和车速传感器采集车身倾角、速度、行进方向等 TWSBR 状态参数,通过 MCU 计算左、右 2 个直流减速电机的控制量,通过驱动电路调节直流减速电机转速,使 TWSBR 维持平衡状态或跟踪设定轨迹。

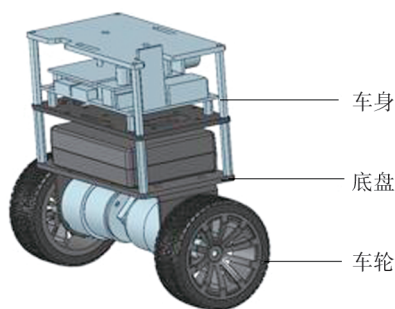


图 1 TWSBR 三维模型

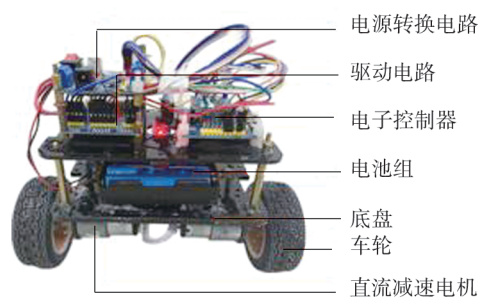
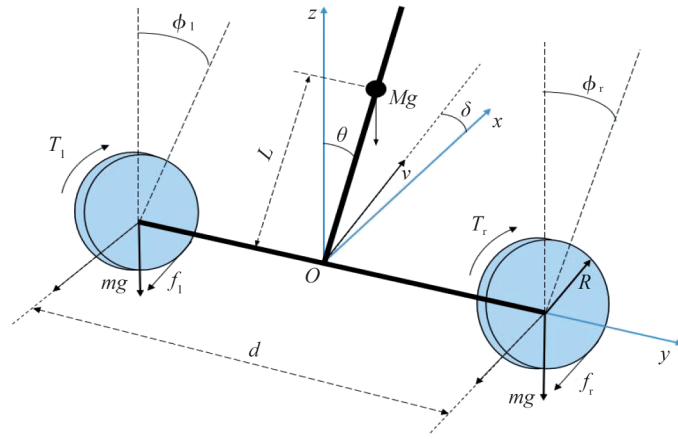


图 2 TWSBR 试验平台

分析 TWSBR 运行原理,基于牛顿力学理论建立 TWSBR 动力学模型。为简化研究,忽略 TWSBR 运行中的风阻影响,设定车轮在运行过程中为纯滚动状态,左右 2 个车轮的质量相同。

以 TWSBR 左右车轮轴线的中点为原点建立空间坐标系, z 轴方向与地球引力方向相反, y 轴为车轮轴线且方向由左轮指向右轮, x 轴垂直于车轮轴线且指向 TWSBR 前进方向。TWSBR 动力学原理如图 3 所示。

当 TWSBR 运行过程中保持平衡状态时,车身倾角 θ 变化范围为: $-0.087\ 3\ \text{rad} \leq \theta \leq 0.087\ 3\ \text{rad}$ 。考虑到平衡状态下 $\cos \theta \approx 1$, $\sin \theta \approx \theta$, $\theta^2 \approx 0$,根据牛顿-欧拉方程可得 TWSBR 平衡状态的动力学模型^[6]:



注: T_l 、 T_r 分别为左、右车轮的转矩, $\text{N} \cdot \text{m}$; m 为单个车轮质量, $m = 0.034 \text{ kg}$; g 为重力加速度, 取 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$; R 为车轮半径, $R = 0.034 \text{ m}$; d 为左、右车轮间的距离, $d = 0.183 \text{ m}$; f_l 、 f_r 分别为左、右轮与地面的摩擦力, N ; M 为车身质量, $M = 0.76 \text{ kg}$; L 为车身质心到车轮轴线的距离, $L = 0.1 \text{ m}$; ϕ_l 、 ϕ_r 分别为左、右轮的旋转角度, rad ; v 为 TWSBR 前向速度, m/s ; θ 为车身与 z 轴的倾角, rad ; δ 为转向角, rad 。

图3 TWSBR 动力学原理示意图

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{(T_l + T_r)/R - M^2 g L^2 \theta / (J_p + M L^2)}{2m + 2J_w/R^2 + M - M^2 L^2 / (J_p + M L^2)} \\ \ddot{\theta} = - \frac{M L (T_l + T_r)}{R (J_p + M L^2) [2m + 2J_w/R^2 + M - M^2 L^2 / (J_p + M L^2)]} + \\ \quad \frac{M g L \theta \{ J_p + M L^2 + M^2 L^2 / [2m + 2J_w/R^2 + M - M^2 L^2 / (J_p + M L^2)] \}}{2m + 2J_w/R^2 + M - M^2 L^2 / (J_p + M L^2)}, \\ \ddot{\delta} = - \frac{T_l - T_r}{R (m d + d J_w / R^2 + 2 J_p / d)} \end{cases}$$

式中: $\dot{v}$ 为 TWSBR 前向加速度, m/s^2 ; J_p 为车身的转动惯量, $J_p = 0.0021 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; J_w 为车轮的转动惯量, $J_w = 2.046 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$; $\ddot{\theta}$ 为车身倾角加速度, rad/s^2 ; $\ddot{\delta}$ 为 TWSBR 转向角加速度, rad/s^2 。

1.2 运动学模型

TWSBR 在运行过程中受到不可积运动学约束的影响, 为典型的非完整系统。建立 TWSBR 的运动学模型, 研究 TWSBR 的轨迹跟踪问题。TWSBR 运动学原理示意图如图 4 所示。

TWSBR 前向速度 v 的运动学关系为:

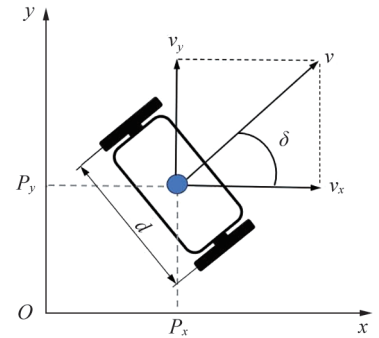
$$\begin{cases} v_x = v \cos \delta \\ v_y = v \sin \delta \end{cases}$$

不考虑车轮与地面间滑动情况, TWSBR 系统所受非完整约束的公式为:

$$\begin{cases} -v_x \sin \delta + v_y \cos \delta = 0 \\ v_x \cos \delta + v_y \sin \delta = v \end{cases}$$

TWSBR 运动状态由速度 v 和转向角 δ 决定, TWSBR 运动状态矩阵 $\mathbf{Z} = (v_x \ v_y \ \delta)^T$, 则 TWSBR 运动学模型为:

$$\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \delta & 0 \\ \sin \delta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \delta \end{pmatrix}$$



注: P_x 、 P_y 分别为 TWSBR 运动轨迹所在位置坐标值; v_x 、 v_y 分别为 v 在 x 、 y 轴上的分量。

图4 TWSBR 运动学原理示意图

设 TWSBR 期望运动状态矩阵 $\mathbf{Z}_r = (v_{xr} \quad v_{yr} \quad \delta_r)^T$, 其中, v_{xr} 、 v_{yr} 、 δ_r 分别为期望 v_x 、期望 v_y 、期望 δ , 则 TWSBR 轨迹跟踪的误差矩阵

$$\mathbf{Z}_e = (v_{xe} \quad v_{ye} \quad \delta_e)^T = (v_x - v_{xr} \quad v_y - v_{yr} \quad \delta - \delta_r)^T,$$

式中: v_{xe} 为 v_x 与 v_{xr} 之差, v_{ye} 为 v_y 与 v_{yr} 之差, δ_e 为 δ 与 δ_r 之差。

2 轨迹跟踪控制器设计

2.1 LQR 前向控制系统

LQR 是基于线性系统状态空间模型的最优控制方法, 通过设计状态反馈控制器, 求解最优反馈增益矩阵和最优控制量, 增强系统鲁棒性和稳定性。选取 TWSBR 运动状态向量 $\mathbf{X} = (s \quad \theta \quad v \quad \dot{\theta})^T$, 控制输入向量 $\mathbf{U} = (T_l \quad T_r)^T$ 。其中, s 为前向位移, m; $\dot{\theta}$ 为车身倾角速度, rad/s。根据 TWSBR 动力学模型, 将 TWSBR 系统状态方程 $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}$ 展开为:

$$\begin{pmatrix} \dot{v} \\ \dot{\theta} \\ \dot{v} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s \\ \theta \\ v \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_l \\ T_r \end{pmatrix},$$

式中: $a_{32} = M^2 g L^2 / \{ (J_p + M L^2) [2m + 2J_w / R^2 + M - M^2 L^2 / (J_p + M L^2)] \}$,

$a_{42} = M g L \{ J_p + M L^2 + M^2 L^2 / [2m + 2J_w / R^2 + M - M^2 L^2 / (J_p + M L^2)] \} / (J_p + M L^2) [2m + 2J_w / R^2 + M - M^2 L^2 / (J_p + M L^2)]$,

$b_{31} = b_{32} = 1 / \{ R [2m + 2J_w / R^2 + M - M^2 L^2 / (J_p + M L^2)] \}$,

$b_{41} = b_{42} = M L / \{ R (J_p + M L^2) [2m + 2J_w / R^2 + M - M^2 L^2 / (J_p + M L^2)] \}$ 。

代入 TWSBR 中车轮质量 m 、车身质量 M 、车轮转动惯量 J_w 、车身转动惯量 J_p 等数值, 计算可得:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -24.6686 & 0 & 0 \\ 0 & 11.0379 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 46.2000 & 46.2000 \\ -361.9788 & -361.9788 \end{pmatrix}。$$

记 TWSBR 期望运动状态向量 $\mathbf{X}_r = (s_r \quad \theta_r \quad v_r \quad \dot{\theta}_r)^T$, 其中, s_r 、 θ_r 、 v_r 、 $\dot{\theta}_r$ 分别为期望前向位移、期望车身倾角、期望前向速度、期望车身倾角速度, 则 TWSBR 运动状态的误差向量 $\mathbf{X}_e = (s_e \quad \theta_e \quad v_e \quad \dot{\theta}_e)^T = (s - s_r \quad \theta - \theta_r \quad v - v_r \quad \dot{\theta} - \dot{\theta}_r)^T$, 其中, s_e 、 θ_e 、 v_e 、 $\dot{\theta}_e$ 分别为前向位移与期望前向位移间的误差、车身倾角与期望车身倾角间的误差、前向速度与期望前向速度间的误差、车身倾角速度与期望车身倾角速度间的误差。TWSBR 前向控制系统的误差状态方程为: $\dot{\mathbf{X}}_e = \mathbf{A}\mathbf{X}_e + \mathbf{B}\mathbf{U}$ 。可控性判别矩阵 $\mathbf{M} = (\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \cdots \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B})^T$, 求解 $\mathbf{M}$ 的秩, 即 $\text{rank}(\mathbf{M}) = 4$, 则 $\mathbf{M}$ 为满秩, 表明 TWSBR 系统状态完全可控。为实现对 TWSBR 前向控制系统状态的最优控制, 采用 LQR 最优控制方法设计并求解最优状态反馈控制率 $\mathbf{U}_s$ 。

LQR 前向控制系统的性能指标函数^[16]

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\mathbf{X}_e^T \mathbf{Q} \mathbf{X}_e + \mathbf{U}_s^T \mathbf{R} \mathbf{U}_s) dt,$$

式中: $\mathbf{Q}$ 为状态权重矩阵, $\mathbf{Q}$ 越大, 系统收敛越快但控制输入向量变大; $\mathbf{R}$ 为控制输入权重矩阵, $\mathbf{R}$ 越大, 系统响应越慢但控制输入向量变小。

最小化性能指标函数可导出 Riccati 方程:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}。$$

通过求解 Riccati 方程, 可得对称矩阵 $\mathbf{P}$ 。计算最优反馈增益矩阵 $\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}$, 最终求得最优状态反

馈控制率 $U_s = -KX_e$ 。

采用软件 MATLAB 对 LQR 前向控制系统进行仿真验证,通过多次测试优化 LQR 前向控制系统的性能指标函数中权重矩阵 Q 和 R ,最终确定 $Q = \begin{pmatrix} 565 & 712 \\ 584 & 636 \end{pmatrix}$, $R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 。设置 TWSBR 系统初始状态参数 $S, \theta, \dot{\theta}, r$ 均为 0;设定期望速度 $v_r = 1 \text{ m/s}$,仿真时间 $t = 10 \text{ s}$ 。LQR 前向控制系统速度误差 v_e 响应曲线和车身倾角误差 θ_e 响应曲线如图 5 所示。

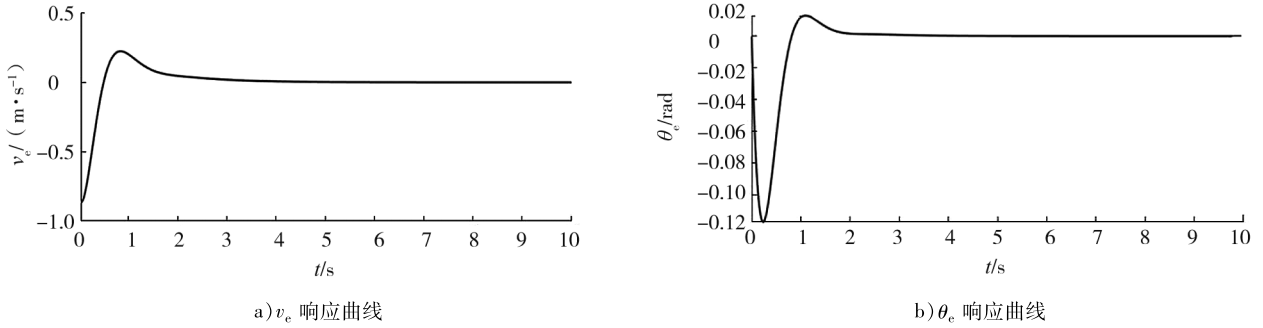


图 5 LQR 前向控制系统速度误差 v_e 和车身倾角误差 θ_e 响应曲线

由图 5a)可知:LQR 前向控制系统速度误差 v_e 在前 1 s 响应较快,最大超调量为 0.21 m/s;在第 1—3 秒,超调量逐渐减小,TWSBR 实际速度逐渐接近期望速度;在第 3—10 秒, $v_e = 0$,TWSBR 实际速度等于期望速度且保持稳定。由图 5b)可知:LQR 前向控制系统车身倾角误差 θ 在前 1 s 响应较快,最大超调量为 -0.12 rad;在第 1—2 秒,超调量逐渐减小,TWSBR 实际车身倾角逐渐回归初始状态;在第 2—10 秒, $\theta_e = 0$,TWSBR 实际车身倾角恢复初始状态且保持稳定。

2.2 SMVSC 转向控制系统

SMVSC 为非线性控制算法,控制律具有不连续性,根据系统不同状态,通过切换函数(采用不同的控制策略)实现动态调整系统的控制结构,使系统状态沿预设的滑模面运动,最终收敛至平衡点。

TWSBR 转向系统模型为:

$$J_{eq} \ddot{\delta} = T_l,$$

式中: J_{eq} 为 TWSBR 等效转向惯量, $J_{eq} = mdR + J_w(d^2 + 2)/(dR)$; T_l 为转向控制力矩, $N \cdot m$ 。

SMVSC 转向控制系统通过设计合适的控制输入(转向控制力矩 T_l),使系统状态(实际转向角 δ)在有限时间内达到期望值(期望转向角 δ_r),并保持稳定状态。定义转向角误差 δ_e 为实际转向角与期望转向角之差,即 $\delta_e = \delta - \delta_r$,则选择的滑模面

$$S = \dot{\delta}_e + \alpha \delta_e = \dot{\delta}_e + \alpha(\delta - \delta_r),$$

式中: $\dot{\delta}_e$ 为转向角速度与期望转向角速度之差, rad/s ; α 为滑模面设计参数, $\alpha > 0$,控制误差的衰减速率。

当 $S=0$ 时, $\dot{\delta}_e = -\alpha(\delta - \delta_r)$ 。则转向角误差 δ_e 的时域微分方程为:

$$\delta_e(t) = \delta(t) - \delta_r = \dot{\delta}_e(t) + \alpha(\delta(0) - \delta_r) e^{-\alpha t}.$$

转向角误差时域变量 $\delta_e(t)$ 以指数形式衰减,实际转向角 δ 快速向期望转向角 δ_r 收敛。

采用边界层法设计切换函数,常见的切换函数形式有符号函数 $\text{sgn}(x)$ 、饱和函数 $\text{sat}(x)$, $\text{sgn}(x)$ 在数值计算和硬件控制工作中会产生高频抖振问题^[17],不利于控制转向系统,本文选用 $\text{sat}(x)$ 。切换函数为:

$$\text{sat}(S/\varepsilon) = \begin{cases} 1, & S > \varepsilon \\ S/\varepsilon, & -\varepsilon \leq S \leq \varepsilon \\ -1, & S < -\varepsilon \end{cases},$$

式中 ε 为边界层宽度。

转向系统控制律

$$T_t = J_{eq} [-\alpha \dot{\delta} - k \text{sat}(S/\varepsilon)] ,$$

式中 k 为切换函数增益。

为验证转向系统控制律的调节效果,对 SMVSC 转向控制系统进行 MATLAB 仿真试验,经多次测试,设参数 $\alpha=5, k=10, \varepsilon=0.01$ 。设置 TWSBR 系统初始转向角和初始转向角速度均为 0,期望转向角 $\delta_r = 0.3 \text{ rad}$,仿真时间 $t=5 \text{ s}$ 。SMVSC 转向控制系统转向角 δ 响应曲线和转向角速度 $\dot{\delta}$ 响应曲线见图 6。

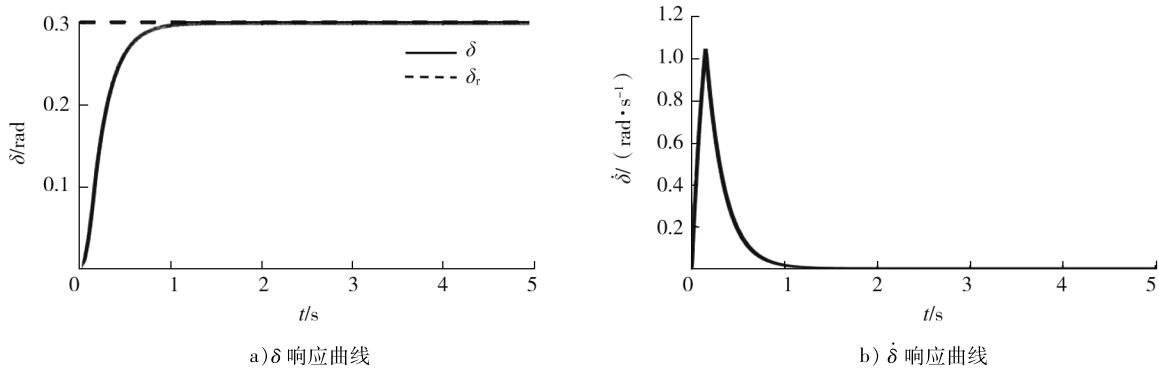


图 6 SMVSC 转向控制系统转向角 δ 响应曲线和转向角速度 $\dot{\delta}$ 响应曲线

由图 6a) 可知:SMVSC 转向控制系统转向角在前 0.8 s 响应较快,无超调量;在第 0.8—1.2 秒,实际转向角逐渐接近期望转向角;在第 1.2—5.0 秒,TWSBR 实际转向角等于期望转向角且保持稳定。由图 6b) 可知:SMVSC 转向控制系统转向角速度在前 0.3 s 迅速增大,最大转向角速度为 1.05 rad/s ;在第 0.3—1.2 秒,转向角速度逐渐减小;在第 1.2—5.0 秒,TWSBR 转向角速度为 0 且保持稳定。

3 轨迹跟踪试验验证

设 TWSBR 运动轨迹的期望位置坐标为 (P_{xr}, P_{yr}) ,则 TWSBR 运动轨迹位置坐标误差 $(P_{xe}, P_{ye}) = (P_x - P_{xr}, P_y - P_{yr})$ 。TWSBR 轨迹跟踪目标为运动轨迹误差(位置坐标误差、转向角误差)从初始任意状态渐进收敛于 0,设计跟踪轨迹生成器^[18]求解 TWSBR 轨迹跟踪过程中的速度约束 v_d 和转向角速度约束 $\dot{\delta}_d$:

$$\begin{cases} v_d = v_r \cos \delta_e + \beta_1 \tanh P_{xe} \\ \dot{\delta}_d = \dot{\delta}_r + \frac{\beta_2 v_r y_e}{1 + P_{xe}^2 + P_{ye}^2} \frac{\sin \delta_e}{\delta_e} + \beta_3 \tanh \delta_e \end{cases},$$

式中 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 为调节因子。

TWSBR 轨迹跟踪控制器中 LQR 前向控制系统和 SMVSC 转向控制系统采用独立运行的控制策略。TWSBR 轨迹跟踪控制系统总体框架结构如图 7 所示。

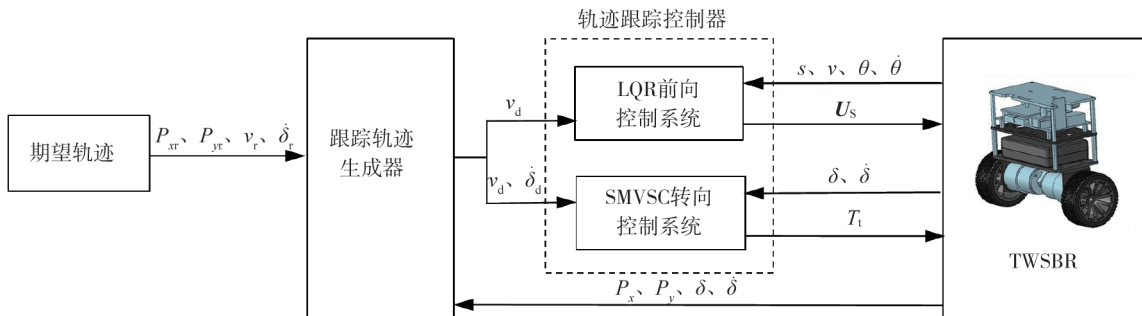


图 7 TWSBR 轨迹跟踪控制系统总体框架结构

由图 7 可知:跟踪轨迹生成器根据设定的期望轨迹 P_{xr} 、 P_{yr} 、 v_r 、 $\dot{\delta}_r$ 和 TWSBR 运动状态参数 P_x 、 P_y 、 δ 、 $\dot{\delta}$ 计算得到 v_d 和 $\dot{\delta}_d$,LQR 前向控制系统根据 v_d 、 s 、 v 、 θ 和 $\dot{\theta}$ 求解最优状态反馈控制率 U_s ,SMVSC 转向控制系统根据 v_d 、 $\dot{\delta}_d$ 、 δ 和 $\dot{\delta}$ 求解转向系统控制律 T_l ,TWSBR 根据 U_s 和 T_l 实时调整运动状态,跟踪期望轨迹。

为验证轨迹跟踪控制器的实际工作性能,搭建以 MCU 为主控单元的 TWSBR 试验平台。TWSBR 试验平台工作原理如图 8 所示。试验前,将 LQR 前向控制系统和 SMVSC 转向控制系统的算法作离散化处理,采用 C 语言编写程序代码并下载到 MCU。

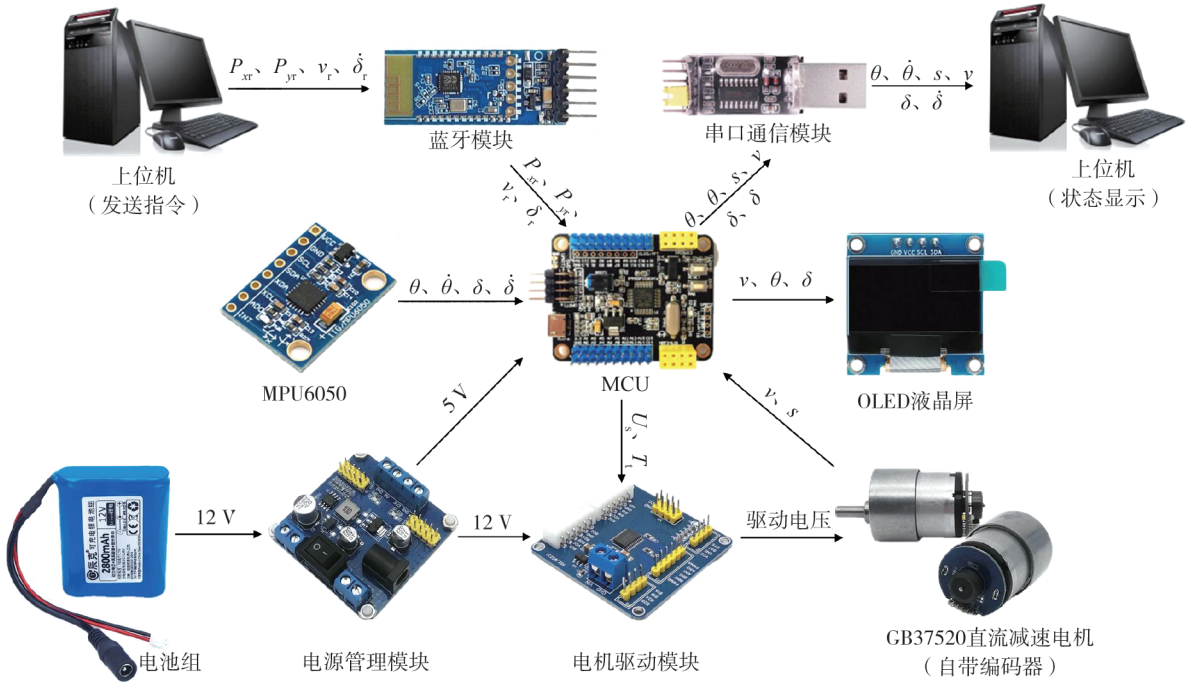


图 8 TWSBR 试验平台工作原理示意图

由图 8 可知:上位机通过蓝牙模块向 MCU 发送指令(期望轨迹参数) P_{xr} 、 P_{yr} 、 v_r 和 $\dot{\delta}_r$,姿态传感器 MPU6050 采集 TWSBR 系统的 θ 、 $\dot{\theta}$ 、 δ 和 $\dot{\delta}$ 并发送给 MCU,车速传感器(GB37520 直流减速电机自带编码器)采集 v 、 s 并发送给 MCU。MCU 装载 LQR 前向控制系统和 SMVSC 转向控制系统的程序算法,根据期望轨迹参数和 TWSBR 运动状态参数求解最优状态反馈控制率 U_s 和转向系统控制律 T_l ,通过电机驱动模块转化为驱动电压作用于 GB37520 直流减速电机,实时调整 TWSBR 运动状态,实现跟踪期望轨迹。MCU 通过机载 OLED 液晶屏显示状态参数 v 、 θ 和 δ ,同时,MCU 通过无线传输模块 CH340 将状态参数 v 、 s 、 θ 、 $\dot{\theta}$ 、 δ 和 $\dot{\delta}$ 发送至上位机并显示,以便试验人员实时掌握 TWSBR 运动状态。

TWSBR 运行轨迹是半径为 1.2 m 的圆形跑道。经过多次测试,选择跟踪轨迹生成器调节因子 $\beta_1 = 0.000\ 01$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 1$;LQR 前向控制系统的性能指标函数中权重矩阵 $Q = \begin{pmatrix} 565 & 712 \\ 584 & 636 \end{pmatrix}$, $R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;SMVSC 转向控制系统中转向系统控制律参数 $\alpha = 5$, $k = 10$, $\varepsilon = 0.01$ 。设置 TWSBR 系统的初始倾角 $\theta = 0.1\ \text{rad}$,期望速度 $v_r = 0.1\ \text{m/s}$,初始位置姿态误差 $P_{xe} = 0.01\ \text{m}$, $P_{ye} = 0.01\ \text{m}$, $\delta_e = 0.25\ \text{rad}$,试验运行时间为 50 s。TWSBR 轨迹跟踪试验结果如图 9 所示,其中图 9a) ~ d) 为前向系统状态量跟踪误差曲线,图 9e)、f) 为转向系统状态量跟踪误差曲线。

由图 9a) 可知:TWSBR 跟踪圆形轨迹跑道过程中,在前 2 s,位移跟踪误差 s_e 波动较大,最大位移跟踪误差 s_e 为 $-0.15\ \text{m}$;在第 2—50 s,位移跟踪误差 s_e 稳定在 0 附近,平均波动范围小于 $0.05\ \text{m}$ 。由图 9b) ~ c) 可知:在前 1 s,车身姿态调整幅度较大,并出现振荡波动, θ_e 由初始误差 $0.10\ \text{rad}$ 迅速减小为 $-0.05\ \text{rad}$;为迅速抵消初始车身倾角误差 $\theta_e = 0.10\ \text{rad}$, $\dot{\theta}_e$ 由 0 迅速减小为 $-1.08\ \text{rad/s}$,为恢复车身平

衡, $\dot{\theta}_e$ 迅速增至 0.17 rad/s , $\dot{\theta}_e$ 变化导致的车身倾角变化与 θ_e 变化吻合; 在第 1—50 秒, 车身倾角误差 θ_e 稳定在 0 附近, 平均波动范围小于 0.02 rad ; 车身倾角速度误差 $\dot{\theta}_e$ 稳定在 0 附近, 平均波动范围小于 0.1 rad/s 。由图 9d) 可知: 在前 2 s, 车速误差波动较大, 先迅速减小为 -0.35 m/s , 目的为通过 TWSBR 反向运动平衡车身倾角初始误差; 后迅速增至 0.13 m/s , 使实际车速尽快趋向期望车速; 在第 2—50 秒, 车速误差 v_e 稳定在 0 附近, 平均波动范围小于 0.03 m/s 。由图 9e) ~ f) 可知: 在前 1 s, 转向角误差迅速减小为 0, 转向角速度最大误差为 0.21 rad/s ; 在第 1—50 秒, 转向角误差 δ_e 稳定在 0 附近, 平均波动范围小于 0.01 rad ; 转向角速度误差 $\dot{\delta}_e$ 稳定在 0 附近, 平均波动范围小于 0.1 rad/s 。

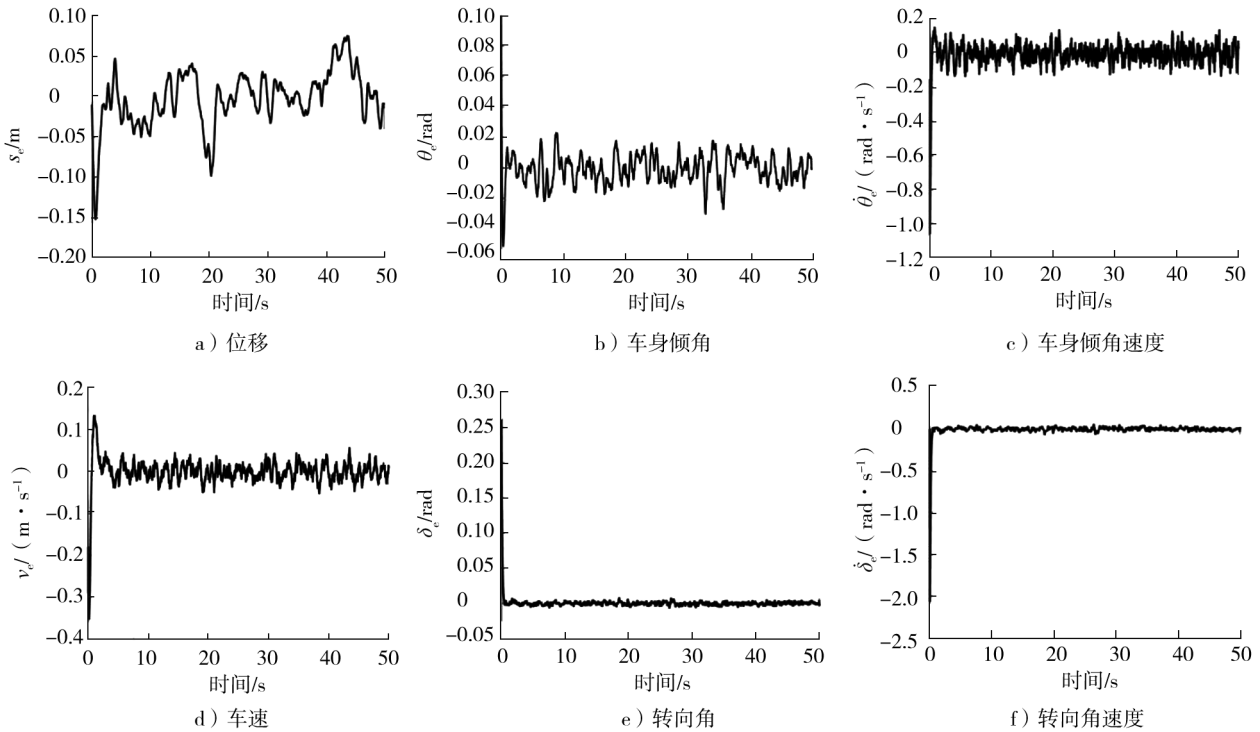


图 9 TWSBR 轨迹跟踪试验各参数误差曲线

综上所述, TWSBR 轨迹跟踪试验中车身倾角误差 θ_e 、车身倾角速度误差 $\dot{\theta}_e$ 、转向角误差 δ_e 、转向角速度误差 $\dot{\delta}_e$ 在试验开始 1 s 后稳定在 0 附近, 位移跟踪误差 s_e 、车速误差 v_e 在试验开始 2 s 后稳定在 0 附近, TWSBR 各状态变量稳定后波动范围较小, 考虑到传感器采集误差、电机驱动精度等因素, 表明 TWSBR 轨迹跟踪效果较好, 实现位移跟踪、车速跟踪、车身倾角跟踪和转向角跟踪。

4 结束语

为实现 TWSBR 跟踪期望运动轨迹, 分析 TWSBR 结构组成和运行原理, 建立其动力学模型和运动学模型, 设计 LQR 前向控制系统、SMVSC 转向控制系统、跟踪轨迹生成器。构建 TWSBR 轨迹跟踪控制系统, 搭建 TWSBR 试验平台, 将控制策略离散化处理, 采用 C 语言编写程序代码并下载到电子控制器, 开展仿真试验和实物试验。

1) 仿真试验结果表明: TWSBR 实际车速在试验开始后 3 s 达到期望车速, 实际车身倾角在试验开始后 2 s 达到期望车身倾角, 实际转向角在试验开始后 1.2 s 达到期望转向角, TWSBR 各状态变量达到期望值后无波动。

2) 实物试验结果表明: TWSBR 车身倾角误差、车身倾角速度误差、转向角误差、转向角速度误差在试验开始后 1 s 稳定在 0 附近, 位移跟踪误差、车速误差在试验开始后 2 s 稳定在 0 附近, TWSBR 各状态变

量稳定后波动范围较小,考虑到传感器采集误差、电机驱动精度等因素,表明 TWSBR 轨迹跟踪效果较好,实现位移跟踪、车速跟踪、车身倾角跟踪和转向角跟踪。

参考文献:

- [1] 常宏,王贇. 基于模型预测控制的双轮平衡轮椅轨迹跟踪[J]. 山东交通学院学报, 2024, 32(2):1-9.
- [2] KIM S K, AHN C K. Self-tuning position-tracking controller for two-wheeled mobile balancing robots[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2019, 66(6): 1008-1012.
- [3] 胡斌,叶伟慧. 基于 STM32 的两轮自平衡车设计[J]. 机电工程技术, 2021, 50(9):124-127.
- [4] 潘二伟. 基于 STM32 的两轮自平衡车设计与实现[D]. 哈尔滨: 黑龙江大学, 2018.
- [5] 王志伟,许江淳,李玉惠,等. 面向两轮平衡机器人姿态检测系统的研究与设计[J]. 测控技术, 2019, 38(8): 21-25.
- [6] 高志伟,代学武. 自平衡小车 LQR-PID 平衡与路径跟踪控制器设计[J]. 控制工程, 2020, 27(4): 708-714.
- [7] 黄泽琼,谢小鹏. 结合融合函数的双轮机器人二型模糊控制[J]. 计算机仿真, 2022, 39(2): 380-386.
- [8] 熊屹林,曾喆昭,王伟. 非线性欠驱动不稳定系统的自耦 PID 控制方法[J]. 空间控制技术与应用, 2023, 49(1): 82-89.
- [9] 韩帅,刘满禄,张俊俊,等. 基于两轮自平衡小车的模糊自适应补偿算法研究[J]. 机械设计与制造, 2020(9):197-200.
- [10] 项思哲,周依涛,郑炜炀,等. 基于改进单神经元 PID 算法的平衡小车控制[J]. 电子测量技术, 2021, 44(13): 68-72.
- [11] CHEN L, WANG H, HUANG Y Z, et al. Robust hierarchical sliding mode control of a two-wheeled self-balancing vehicle using perturbation estimation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 139: 106584.
- [12] GHahremani A, RIGHETTINI P, STRADA R. Simultaneous adjustment of balance maintenance and velocity tracking for a two-wheeled self-balancing vehicle[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2024, 238(10): 4608-4627.
- [13] KIM S, KWON S. Robust transition control of underactuated two-wheeled self-balancing vehicle with semi-online dynamic trajectory planning[J]. Mechatronics, 2020, 68: 102366.
- [14] GONG S L, ZHANG A C, SHE J H, et al. Trajectory design and tracking control for nonlinear underactuated wheeled inverted pendulum[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2018, 2018(1): 6134764.
- [15] 熊跃军,史明政,林金勇,等. 一种两轮自平衡小车的设计与实现[J]. 长沙大学学报, 2016, 30(2): 39-42.
- [16] YUE M, AN C, SUN J Z. An efficient model predictive control for trajectory tracking of wheeled inverted pendulum vehicles with various physical constraints[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2018, 16(1): 265-274.
- [17] NGUYEN V T, DUONG D N, PHAN D H, et al. Adaptive nonlinear PD controller of two-wheeled self-balancing robot with external force[J]. Computers, Materials & Continua, 2024, 81(2): 2337-2356.
- [18] 安聪. 两轮自平衡车轨迹跟踪控制关键技术研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2016.

Design and implementation of TWSBR trajectory tracking controller

LI Aijuan, SUN Chao^{}, WANG Te, LIU Gang, GAO Boxun*

School of Automotive Engineering, Shandong Jiaotong University, Jinan 250357, China

Abstract: To address issues such as poor stability, large trajectory tracking errors, and complex control strategies in the actual operation of two-wheeled self-balancing robot(TWSBR), the dynamics and kinematics of TWSBR are analyzed and a mathematical model is established. A forward control system is designed based on

(下转第 107 页)

vessels, an enhanced artificial potential field (E-APF) algorithm based on time to closest point of approach (TCPA) and distance to closest point of approach (DCPA) is proposed. This algorithm reconstructs the repulsive potential field function, introduces a dynamic weight adjustment mechanism, and combines relative motion dynamics to design an adaptive repulsive direction strategy. Simulation results indicate that in static obstacle scenarios, the E-APF algorithm can identify collision risks earlier and plan better paths compared to the T-APF algorithm; in dynamic obstacle scenarios, it effectively increases safety distances and reduces steering angles, significantly improving the accuracy of obstacle risk assessment and collision avoidance decision-making.

Keywords: autonomous vessel; emergency collision avoidance scenary; T-APF algorithm; E-APF algorithm; TCPA; DCPA

(责任编辑:王惠)

(上接第 51 页)

periodic changes with variations in the river channel water level; during the dry season, the river channel water level decreases, which leads to increased settlement and lateral displacement of the comprehensive utility tunnel, while during the wet season, the river channel water level rises, causing the comprehensive utility tunnel to return to its original position, with the displacement near the river channel and road surface being significantly affected by the fluctuations in the river channel water level. 4) As the groundwater level decreases, the shallower the burial depth of the comprehensive utility tunnel, the greater the settlement; the displacement of shallow-buried tunnels is significantly affected by changes in the groundwater level. In practical engineering applications of comprehensive utility tunnels, shallow burial is not advisable in high water level areas.

Keywords: comprehensive utility tunnel; finite element analysis; ground water level; riverway level; displacement

(责任编辑:王惠)

(上接第 99 页)

the linear quadratic regulator (LQR), and a steering control system is designed based on the sliding mode variable structure controller (SMVSC). Simulation experiments are conducted on the LQR forward control system and SMVSC steering control system. Simulation results show that: the actual steering angle of TWSBR reaches the desired steering angle after 1.2 s, the actual body tilt angle reaches the desired body tilt angle after 2 s, and the actual speed reaches the desired speed after 3 s. A trajectory tracking generator is designed, and a TWSBR trajectory tracking control system is constructed, and a TWSBR experimental platform is built. TWSBR trajectory tracking experiment is conducted. The experimental results show that the errors of TWSBR body tilt angle, body tilt angular velocity, steering angle, and steering angular velocity stabilize near 0 after 1 s, while the displacement error and speed error stabilize near 0 after 2 s. The fluctuation range of each state variable of TWSBR is small after stabilization. Considering factors such as sensor acquisition errors and motor drive precision, the results indicate that the TWSBR demonstrates good trajectory tracking performance, and achieves displacement tracking, speed tracking, body tilt angle tracking, and steering angle tracking.

Keywords: TWSBR; LQR forward control system; SMVSC steering control system; trajectory tracking; experimental platform

(责任编辑:边文超)