

# 城轨列车全自动运行系统噪声子空间 鲁棒预测控制方法

颜争, 兰清群

安徽交通职业技术学院, 安徽 合肥 230051

**摘要:**为建立与实际运行状态更吻合、预测精确度更高的城轨列车全自动运行(fully automatic operation, FAO)系统预测控制模型,根据城轨列车运行的历史数据,综合考虑城轨列车运行过程中的噪声干扰,采用子空间辨识方法得到含噪声的预测控制模型,控制过程不断加入实时采集的数据,迭代模型辨识的历史数据,在线更新模型参数,得到抗干扰能力较强的城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器。分别采用幅值为 0、2、5、10 km/h 的随机干扰噪声,在软件 MATLAB 中进行仿真试验,对比分析城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测器与传统子空间预测控制器的预测精度。结果表明:在随机噪声干扰下,城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器的预测精度较高,噪声幅值为 10 km/h 时预测精度比传统子空间预测控制器提高 14.21%。城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器可在强干扰运行状态下高精度跟踪给定运行曲线。

**关键词:**城轨列车;FAO 系统;噪声子空间;鲁棒;预测控制

**中图分类号:**U231+.6

**文献标志码:**A

**文章编号:**1672-0032(2024)01-0015-08

**引用格式:**颜争,兰清群.城轨列车全自动运行系统噪声子空间鲁棒预测控制方法[J].山东交通学院学报,2024,32(1):15-22.

YAN Zheng, LAN Qingqun. A robust subspace predictive control method on noise of fully autonomous operation system for urban rail train[J]. Journal of Shandong Jiaotong University, 2024, 32(1): 15-22.

## 0 引言

城轨列车全自动运行(fully automatic operation, FAO)系统是采用现代计算机通信技术和智能人工控制技术的新一代轨道交通运行控制系统<sup>[1]</sup>,可实现列车自动唤醒、出库、正线运行、停车对标、障碍物脱轨检测、蠕动模式、作业人员防护和火灾报警等功能,控制城轨列车低延时、高可靠性运行,真正做到无人驾驶。城轨列车自动化运行系统主要包含 GoA0~GoA4 5 个等级<sup>[2-3]</sup>,FAO 系统处于 GoA3 和 GoA4 2 个最高等级,可实现无司机的全自动运行。根据中国城市轨道交通协会统计,截至 2022 年年末,我国内地(不含港澳台)的城轨 FAO 系统已运营 15 条线路,涵盖北京、上海、天津、重庆等 15 座城市,运营总里程达 716.83 km,其中 2022 年开通线路达 162.46 km<sup>[4]</sup>。到 2030 年,全球城轨列车全自动运行运营里程将达到 2018 年运营里程的 3 倍,我国新增运营里程占大部分<sup>[5]</sup>。随着城轨列车自动化运行程度的提高,在列车自动唤醒到回库整个过程中未被考虑的因素逐渐凸显。城轨列车运行时受众多不确定因素的噪声扰动,噪声主要来自:一是以气动作用为主的动态环境,如大横风、长隧道、地震波及冰冻天气等,占主导因素;二是以机械作用为主的车体本身结构,如牵引电机振动、主要零部件疲劳磨损及测量仪器自身误差等,二者均直接影响城轨列车 FAO 系统控制器的控制精度。

**收稿日期:**2023-05-08

**基金项目:**安徽高校优秀青年人才计划项目(gxyq2022261);安徽省高等学校省级质量工程项目(2022jyxm310)

**第一作者简介:**颜争(1987—),男,合肥人,副教授,工学硕士,主要研究方向为控制理论与控制工程,E-mail:120143455@qq.com。

城轨列车 FAO 系统可按事先设定曲线运行,不因驾驶员的不同控制而偏离既定曲线,保证城轨列车在最佳状态运行,更加节能和减少磨损,提高运行效率,降低运行成本<sup>[6]</sup>。精确的列车模型和控制算法是城轨列车运行控制的重点。城轨列车运行控制算法主要分为 2 大类,第 1 类是基于数值的算法,如仲维锋等<sup>[7]</sup>以位移为变量,采用序列二次规划算法,根据速度曲线得到城轨列车运行的牵引/制动序列,实现城轨列车在最小牵引能耗下运行;高豪等<sup>[8]</sup>把城轨列车运行控制设计为多目标的动态规划问题,通过优化列车运行模型,满足列车正点和节能的要求。第 2 类是智能控制算法,如 Zhu 等<sup>[9]</sup>设计城轨列车自动驾驶(automatic train operation, ATO)系统的多目标模型,在遗传算法中引入惩罚函数,满足列车精确停车、正点及舒适性的控制需求;Goodwin 等<sup>[10]</sup>以城轨列车运行时间和能耗为优化目标,考虑驾驶模式和停站时间的不可控性,设计多车运行优化控制策略,控制鲁棒性较高。文献[11]基于子空间辨识方法搭建城轨列车 ATO 系统的子空间预测控制模型,对速度、位移和加速度的控制效果较好,但未考虑城轨列车运行过程中发生的自身结构参数和外界因素的持续变化。

本文在已有城轨列车传统子空间预测模型中加入噪声子空间预测模型,考虑持续噪声干扰,设计城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器,采用软件 MATLAB 在不同噪声幅值干扰下进行仿真试验,验证控制器的预测精度。

## 1 城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制模型

设计城轨列车控制器,实现列车的精确跟踪控制,构建适合城轨列车运行控制的子空间预测模型<sup>[11]</sup>:

$$\hat{y}_k = L_\omega \omega_k + L_u u_k, \quad (1)$$

式中: $\hat{y}_k$  为预测时域  $N_2$  的城轨列车速度,  $\hat{y}_k \in \mathbf{R}^{N_2}$ ;  $k$  为采样时刻;  $L_\omega$  为预测时域  $N_2$  的模型参数,  $L_\omega \in \mathbf{R}^{N_2 \times 2N_2}$ ;  $\omega_k$  为历史数据向量,  $\omega_k = (y_p \quad u_p)^T$ , 其中,  $y_p$  为历史采样的输出数据,  $u_p$  为历史采样的输入控制数据;  $L_u$  为控制时域  $N_u$  的模型参数,  $L_u \in \mathbf{R}^{N_2 \times N_u}$ ;  $u_k$  为控制时域  $N_u$  的城轨列车控制力,  $u_k \in \mathbf{R}^{N_u}$ 。

给定城轨列车观测控制力的  $N$  组数据集  $\{u \mid u_1^T, u_2^T, \dots, u_N^T\}$ , 构建输入数据的 Hankel 矩阵  $U_p \in \mathbf{R}^{i \times j}$  和  $U_f \in \mathbf{R}^{i \times j}$ , 根据历史数据确定矩阵阶数  $i, j, N = 2i + j - 1$ ,  $p, f$  分别为过去和将来的相对时间, 则 Hankel 矩阵为:

$$U_p \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} u_1 & u_2 & \cdots & u_j \\ u_2 & u_3 & \cdots & u_{j+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_i & u_{i+1} & \cdots & u_{i+j-1} \end{pmatrix}, U_f \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} u_{i+1} & u_{i+2} & \cdots & u_{i+j} \\ u_{i+2} & u_{i+3} & \cdots & u_{i+j+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{2i} & u_{2i+1} & \cdots & u_{2i+j-1} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

同理,根据观测输出数据集  $\{y \mid y_1^T, y_2^T, \dots, y_N^T\}$ , 定义过去输出矩阵  $Y_p$  和未来输出矩阵  $Y_f$ , 令历史数据  $W_p = (U_p \quad Y_p)^T$ 。子空间预测控制模型辨识问题是根据  $W_p$  和  $U_f$  得到  $Y_f$  的最优预测结果  $\hat{Y}_f$ , 即:

$$\hat{Y}_f = L_\omega W_p + L_u U_f. \quad (3)$$

通过最小二乘问题求解  $L_\omega, L_u$ , 公式为:

$$\min_{L_\omega, L_u} \left\| \hat{Y}_f - (L_\omega \quad L_u) \begin{pmatrix} W_p \\ U_f \end{pmatrix} \right\|_F^2, \quad (4)$$

式中符号  $\|\cdot\|_F$  为 Frobenius 范数。

求解式(4)的最小二乘问题涉及复杂的数值计算,通常采用 LQ 分解得到<sup>[12]</sup>, 定义矩阵  $Z = (W_p \quad U_f \quad Y_f)^T$ , 则:

$$Z = LQ = \begin{pmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \end{pmatrix}. \quad (5)$$

设  $L_a = \begin{pmatrix} L_{11} & 0 \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix}$ ,  $L_b = (L_{31} \ L_{32})$ , 定义式(4)中  $(L_\omega \ L_u) = L_0$ , 则

$$L_0 = L_b L_a^\dagger, \quad (6)$$

式中  $(\cdot)^\dagger$  为 Moore-Penrose 伪逆运算。

可通过  $L_0$  计算得到  $L_\omega$  和  $L_u$ , 公式为:

$$\begin{cases} L_\omega = L_0(:, 1:i) \\ L_u = L_0(:, i+1:\text{end}) \end{cases} \circ \quad (7)$$

模型(1)中的  $L_\omega$  和  $L_u$  既与城轨列车的固有特性(车体、转向架、悬挂系统等固有机电/电气特性)相关, 又与运行过程参数(车辆、弓网、轮轨间的动力作用, 隧道强气流、雨雪天气等外界因素)相关, 在时变、非线性及强干扰的动态环境下模型(1)的参数存在不确定性, 为准确描述城轨列车运行的动态行为, 对模型(1)进行不确定性分析, 提出城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制模型:

$$\hat{y} = (L_\omega + \Delta L_\omega) \omega_k + (L_u + \Delta L_u) u_k, \quad (8)$$

式中:  $\hat{y}$  为预测输出向量, 取预测输出矩阵  $\hat{Y}_T$  的第一列;  $\Delta L_\omega$  为  $L_\omega$  的扰动量;  $\Delta L_u$  为  $L_u$  的扰动量。城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制模型参数辨识转换为获得噪声参数  $\Delta L_\omega$  和  $\Delta L_u$ 。

LQ 分解中,  $L$  为下三角矩阵,  $Q$  为正交矩阵, 矩阵中包含大量对计算结果无贡献的 0, 可通过矩阵的拉直运算(matrix vec operator, vec)简化算法<sup>[13]</sup>。

建立  $\Delta L_\omega$  和  $\Delta L_u$  与城轨列车输入扰动噪声序列  $y_s$  和输出扰动噪声序列  $u_s$  的关系, 选择由 1 和 0 构建的特殊矩阵  $M_{1y}$  和  $M_{1u}$ , 使

$$\begin{cases} \text{vec}(Z^T) = M_{1y} y + M_{1u} u \\ \text{vec}(\Delta Z^T) = M_{1y} y_s + M_{1u} u_s \end{cases}, \quad (9)$$

式中:  $y$  为未考虑噪声干扰的输入数据,  $u$  为未考虑噪声干扰的输出数据,  $\Delta Z^T$  为  $Z^T$  的扰动量。

含扰动量的矩阵  $Z + \Delta Z$  的 LQ 分解为:

$$Z + \Delta Z = (L + \Delta L)(Q + \Delta Q) = LQ + L\Delta Q + \Delta LQ + \Delta L\Delta Q, \quad (10)$$

式(10)中  $\Delta L\Delta Q$  可忽略不计<sup>[14]</sup>, 则

$$\Delta Z \approx L\Delta Q + \Delta LQ. \quad (11)$$

为方便运算, 取式(11)的转置形式:

$$\Delta Z^T = \Delta Q^T L^T + Q^T \Delta L^T. \quad (12)$$

将式(12)改写为向量形式, 公式为:

$$\text{vec}(\Delta Z^T) = (L \otimes I_n) \text{vec}(\Delta Q^T) + (I_m \otimes Q^T) \text{vec}(\Delta L^T), \quad (13)$$

式中  $\otimes$  为矩阵的 Kronecker 运算<sup>[15]</sup>。

$\Delta L$  为下三角矩阵,  $\Delta L^T$  为上三角矩阵, 为减少矩阵运算量, 从矩阵中移除对结果无影响的 0, 使  $\Delta L^T$  的维数从  $m^2$  降至  $m(m+1)/2$ 。采用由 0 和 1 组成的降维矩阵  $S_\tau(m) \in \mathbf{R}^{m \times m}$  实现降维运算。 $\Delta L$  的向量形式  $\Delta l = \text{vec}(\Delta L^T)$ ,  $\Delta L$  的降维向量  $\Delta \tilde{l} = S_\tau(m) \text{vec}(\Delta L^T) = S_\tau(m) \Delta l$ , 可知:

$$\Delta l = S_\tau^T(m) \Delta \tilde{l}. \quad (14)$$

令  $\Delta Z^T$  的向量形式  $\Delta z = \text{vec}(\Delta Z^T)$ ,  $\Delta Q^T$  的向量形式  $\Delta q = \text{vec}(\Delta Q^T)$ , 结合式(14), 式(13)可改写为:

$$\Delta z = (L \otimes I_n) \Delta q + (I_m \otimes Q^T) S_\tau^T(m) \Delta \tilde{l}. \quad (15)$$

LQ 分解中矩阵  $Q$  为正交矩阵, 可得到:

$$I_n = (Q + \Delta Q)(Q + \Delta Q)^T = QQ^T + Q\Delta Q^T + \Delta QQ^T + \Delta Q\Delta Q^T = QQ^T + Q\Delta Q^T + \Delta QQ^T + \|\Delta Q\|^2, \quad (16)$$

式(16)中  $\|\Delta Q\|^2$  可忽略不计, 可得

$$Q\Delta Q^T + \Delta QQ^T = \mathbf{0}. \quad (17)$$

将式(17)改写为向量形式,维数从  $m^2$  降至  $m(m+1)/2$ ,公式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_u(m) \text{vec}(\mathbf{Q}\Delta\mathbf{Q}^T) + \mathbf{S}_l(m) \text{vec}(\Delta\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T) &= (\mathbf{S}_u(m) + \mathbf{S}_l(m)) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Q}) \text{vec}(\Delta\mathbf{Q}^T) = \\ &= (\mathbf{S}_u(m) + \mathbf{S}_l(m)) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Q}) \Delta\mathbf{q} = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{S}_u(m)$  为  $\mathbf{Q}\Delta\mathbf{Q}^T$  降维矩阵,  $\mathbf{S}_l(m)$  为  $\Delta\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T$  的降维矩阵。

式(15)与式(18)的等式数目相同,可写为:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{L} \otimes \mathbf{I}_n & (\mathbf{I}_m \otimes \mathbf{Q}^T) \mathbf{S}_l^T(m) \\ (\mathbf{S}_l(m) + \mathbf{S}_u(m)) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Q}) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\mathbf{q} \\ \Delta\tilde{\mathbf{l}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta\mathbf{z} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

求解式(19)可得:

$$\begin{pmatrix} \Delta\mathbf{q} \\ \Delta\tilde{\mathbf{l}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{L} \otimes \mathbf{I} & (\mathbf{I}_m \otimes \mathbf{Q}^T) \mathbf{S}_l^T(m) \\ (\mathbf{S}_l(m) + \mathbf{S}_u(m)) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Q}) & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta\mathbf{z} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

由式(20)的求逆公式,可得

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{\mathbf{l}} &= [(\mathbf{S}_l(m) + \mathbf{S}_u(m)) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Q}) (\mathbf{L} \otimes \mathbf{I}_n)^{-1} (\mathbf{I}_m \otimes \mathbf{Q}^T) \mathbf{S}_l^T(m)]^{-1} (\mathbf{S}_l(m) + \mathbf{S}_u(m)) \\ &\quad (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Q}) (\mathbf{L} \otimes \mathbf{I}_n)^{-1} \Delta\mathbf{z}. \end{aligned} \quad (21)$$

综上可得:

$$\begin{cases} \text{vec}(\Delta\mathbf{L}) = \mathbf{M}_{LQ} \text{vec}(\Delta\mathbf{Z}) \\ \text{vec}(\Delta\mathbf{L}^T) = \mathbf{M}_{LQ} \text{vec}(\Delta\mathbf{Z}^T) \end{cases}, \quad (22)$$

式中,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{LQ} &= \mathbf{S}_l^T(m) [(\mathbf{S}_l(m) + \mathbf{S}_u(m)) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Q}) (\mathbf{L} \otimes \mathbf{I}_n)^{-1} (\mathbf{I}_m \otimes \mathbf{Q}^T) \mathbf{S}_l^T(m)]^{-1} \\ &\quad (\mathbf{S}_l(m) + \mathbf{S}_u(m)) (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{Q}) (\mathbf{L} \otimes \mathbf{I}_n)^{-1}. \end{aligned} \quad (23)$$

利用 Kronecker 运算的特性,将式(23)简化为:

$$\mathbf{M}_{LQ} = \mathbf{S}_l^T(m) [(\mathbf{S}_l(m) + \mathbf{S}_u(m)) (\mathbf{L}^{-1} \otimes \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T) \mathbf{S}_l^T(m)]^{-1} (\mathbf{S}_l(m) + \mathbf{S}_u(m)) (\mathbf{L}^{-1} \otimes \mathbf{Q}). \quad (24)$$

选择由 0 和 1 构建的特殊矩阵  $\mathbf{M}_{3a}$  和  $\mathbf{M}_{3b}$  使得:

$$\begin{cases} \text{vec}(\mathbf{L}_a) = \mathbf{M}_{3a} \text{vec}(\mathbf{L}^T) \\ \text{vec}(\mathbf{L}_b) = \mathbf{M}_{3b} \text{vec}(\mathbf{L}^T) \end{cases}. \quad (25)$$

同理,  $\mathbf{L}_a$  和  $\mathbf{L}_b$  的扰动量  $\Delta\mathbf{L}_a$  和  $\Delta\mathbf{L}_b$  计算公式为:

$$\begin{cases} \text{vec}(\Delta\mathbf{L}_a) = \mathbf{M}_{3a} \text{vec}(\mathbf{L}^T) \\ \text{vec}(\Delta\mathbf{L}_b) = \mathbf{M}_{3b} \text{vec}(\mathbf{L}^T) \end{cases}. \quad (25)$$

式(6)中的  $\Delta\mathbf{L}_0$  为  $\mathbf{L}_0$  的扰动量,可通过最小二乘的一阶近似问题解决,即:

$$\text{vec}(\Delta\mathbf{L}_0) \approx \mathbf{M}_{4a} \text{vec}(\Delta\mathbf{L}_a) + \mathbf{M}_{4b} \text{vec}(\Delta\mathbf{L}_b), \quad (27)$$

式中:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{4a} = \{ [ [(\mathbf{L}_a^T \mathbf{L}_a)^{-1} \mathbf{L}_a^T]^T \otimes [(\mathbf{L}_b^T \mathbf{L}_b)^{-1} \mathbf{L}_b^T] ] + [ \mathbf{I} - [(\mathbf{L}_a^T \mathbf{L}_a)^{-1} \mathbf{L}_a^T] ]^T \otimes [(\mathbf{L}_b^T \mathbf{L}_b)^{-1} \mathbf{L}_b^T] \} \mathbf{S}_l^T(m) \\ \mathbf{M}_{4b} = [(\mathbf{Q}^T \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^T]^T \otimes \mathbf{I} \end{cases}. \quad (28)$$

选择由 0 和 1 构建的特殊矩阵  $\mathbf{M}_{5a}$  和  $\mathbf{M}_{5b}$  使模型(1)中  $\mathbf{L}_\omega$  和  $\mathbf{L}_u$  满足:

$$\begin{cases} \text{vec}(\mathbf{L}_\omega) = \mathbf{M}_{5a} \text{vec}(\mathbf{L}_0) \\ \text{vec}(\mathbf{L}_u) = \mathbf{M}_{5b} \text{vec}(\mathbf{L}_0) \end{cases}. \quad (29)$$

同理,可得由  $\Delta\mathbf{L}_0$  引起的噪声模型参数  $\Delta\mathbf{L}_\omega$  和  $\Delta\mathbf{L}_u$  的公式为:

$$\begin{cases} \text{vec}(\Delta\mathbf{L}_\omega) = \mathbf{M}_{5a} \text{vec}(\Delta\mathbf{L}_0) \\ \text{vec}(\Delta\mathbf{L}_u) = \mathbf{M}_{5b} \text{vec}(\Delta\mathbf{L}_0) \end{cases}. \quad (30)$$

噪声模型参数  $\Delta\mathbf{L}_\omega$ 、 $\Delta\mathbf{L}_u$  的向量形式为:

$$\begin{pmatrix} \text{vec}(\mathbf{L}_\omega) \\ \text{vec}(\mathbf{L}_u) \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} \mathbf{y}_s \\ \mathbf{u}_s \end{pmatrix}, \quad (31)$$

式中  $M = \begin{pmatrix} M_{5a} \\ M_{5b} \end{pmatrix} (M_{4a} \ M_{4b}) \begin{pmatrix} M_{3a} \\ M_{3b} \end{pmatrix} M_{LQ} (M_{1y} \ M_{1u})$ 。

对式(31)进行降维运算的逆运算,可得到  $\Delta L_\omega$  和  $\Delta L_u$ 。

## 2 城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器的设计

城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制模型包括传统子空间预测模型和噪声模型,传统子空间模型描述城轨列车运行的实际过程,噪声模型的输出量修正传统子空间模型的输出量,二者结合得到预测输出  $\hat{y}_{k+1}$ ,跟踪城轨列车运行参考轨迹  $R_f$ 。城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器见图 1。

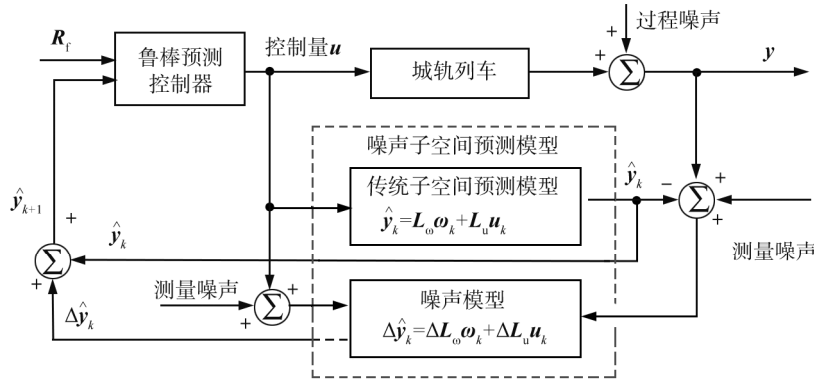


图 1 城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器

根据给定的城轨列车速度参考轨迹  $R_f = (r_{k+1}^T \ \cdots \ r_{k+N}^T)^T \in R^N$ ,得模型(8)精确跟踪  $R_f$  所需的控制量  $u_k = (u_{k+1} \ \cdots \ u_{k+N}) \in R^N$ ,即最小化目标函数

$$J = (R_f - \hat{y})^T Q_y (R_f - \hat{y}) + u_k^T Q_u u_k, \quad (32)$$

式中:  $Q_y$  为输出权矩阵,  $Q_y = \text{diag}(Q_{y,1} \ \cdots \ Q_{y,N})$ ;  $Q_u$  为控制权矩阵,  $Q_u = \text{diag}(Q_{u,1} \ \cdots \ Q_{u,N})$ 。  $Q_y$  和  $Q_u$  均为正定矩阵。

令式(32)中  $J$  对  $u_k$  的导数为零向量,即:

$$\frac{\partial J}{\partial u_k} = \mathbf{0}_{N \times 1} \Rightarrow L_u^T Q_y \{ R_f - [(L_\omega + \Delta L_\omega) \omega_k + (L_u + \Delta L_u) u_k] \} + Q_u u_k = \mathbf{0}_{N \times 1}。 \quad (33)$$

由式(33)得到  $u_f$  的最优解为:

$$u_k = [(L_u + \Delta L_u)^T Q_y (L_u + \Delta L_u) + Q_u]^{-1} (L_u + \Delta L_u)^T Q_y [R_f - (L_\omega + \Delta L_\omega) \omega_k]。 \quad (34)$$

将  $u_f$  的第 1 个分量  $u_{k,1}$  施加于城轨列车,即

$$u_{k,1} = u_k(1)。 \quad (35)$$

城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制算法由 7 个步骤组成:1)采集城轨列车运行历史数据,设定  $N_2$ 、 $N_u$ 、 $Q_y$ 、 $Q_u$ ;2)根据式(2)(3)构建初始 Hankel 矩阵  $W_p$ 、 $Y_f$  和  $U_f$ ;3)根据式(4)~(7)计算子空间预测模型中的  $L_\omega$  和  $L_u$ ;4)收集不确定噪声数据  $y_s$  和  $u_s$ ,由式(9)~(30)构建矩阵  $M_{1y}$ 、 $M_{1u}$ 、 $M_{LQ}$ 、 $M_{3a}$ 、 $M_{3b}$ 、 $M_{4a}$ 、 $M_{4b}$ 、 $M_{5a}$ 、 $M_{5b}$ ;5)由式(31)计算噪声模型参数  $\Delta L_\omega$  和  $\Delta L_u$ ;6)由式(34)(35)计算控制向量  $u_k$  及预测输出  $\hat{y}$ ;7)根据控制量和输出量更新模型辨识数据,转步骤 6)。

## 3 仿真与分析

以某城轨列车实际参数为例,采用软件 MATLAB 进行仿真分析,选取典型运行区间 A、B,城轨列车满载工况时的主要参数如表 1 所示。

表1 城轨列车满载工况时的主要参数

总质量/t	最高运行速度/(km·h <sup>-1</sup> )	区间运行距离/m		牵引特性			最大制动力/kN	电制动和空气制动转换点车速/(km·h <sup>-1</sup> )
		A	B	0~34 km/h	34~54 km/h	54~80 km/h		
346.6	80	2 462	1 579	恒转矩	恒功率	自然特性	371.9	5

通过模拟驾驶台模拟城轨列车在区间 A、B 运行的输入、输出各 500 组数据,以该数据为城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器的历史辨识数据。计算城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制模型的初始参数  $L_{\omega}$  和  $L_u$ , 分别为:

$$L_{\omega} = \begin{pmatrix} 0.1986 & 0.1982 & 0.1984 & 0.1986 & 0.1987 & 0.0020 & 0.0222 & 0.0216 & 0.0157 & 0.0104 \\ 0.1981 & 0.1977 & 0.1979 & 0.1982 & 0.1983 & 0.0015 & 0.0217 & 0.0228 & 0.0186 & 0.0143 \\ 0.1977 & 0.1972 & 0.1974 & 0.1977 & 0.1978 & 0.0021 & 0.0199 & 0.0227 & 0.0207 & 0.0181 \\ 0.1972 & 0.1968 & 0.1969 & 0.1971 & 0.1974 & 0.0033 & 0.0174 & 0.0219 & 0.0225 & 0.0218 \\ 0.1967 & 0.1964 & 0.1964 & 0.1966 & 0.1969 & 0.0047 & 0.0147 & 0.0209 & 0.0241 & 0.0255 \end{pmatrix},$$

$$L_u = \begin{pmatrix} 0.0068 & 0.0049 & 0.0040 & 0.0036 & 0.0035 \\ 0.0114 & 0.0097 & 0.0089 & 0.0086 & 0.0085 \\ 0.0162 & 0.0150 & 0.0144 & 0.0142 & 0.0141 \\ 0.0211 & 0.0206 & 0.0202 & 0.0201 & 0.0201 \\ 0.0261 & 0.0262 & 0.0261 & 0.0261 & 0.0261 \end{pmatrix}。$$

为验证城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器的精确度,从 500 组样本数据中取 50 组数据(第 166~215 组)作为验证数据,数据涵盖列车牵引、惰行、制动工况。城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器的牵引力/制动力  $F$  的仿真结果如图 2 所示,控制器的预测速度与试验速度对比见图 3。

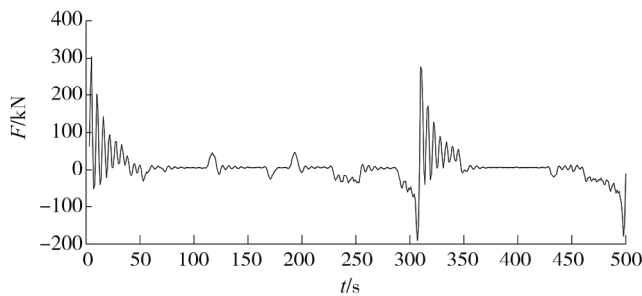


图2 城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器的牵引力/制动力仿真结果

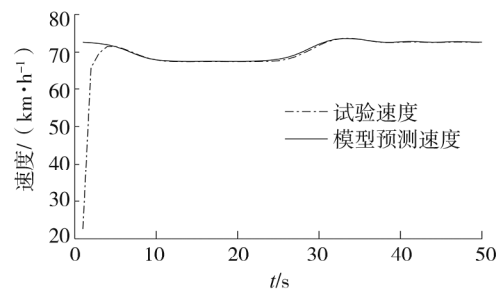


图3 城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器的预测速度与试验速度对比

由图 2 可知:牵引力/制动力在城轨列车启动时变化较大,说明城轨列车启动过程中控制器不断更新城轨列车的历史运行数据,调整控制力以达到较好的跟踪效果。由图 3 可知:开始时预测速度与试验速度存在较大误差,随后误差逐渐减小,原因是预测结果不断反馈更新历史辨识数据,得到更新后的模型参数,从第 5 秒开始城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器的预测速度与试验速度基本一致,说明该控制器的预测精确度较高。

设计城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器时,设预测时域  $N_2 = 5$ ,控制时域  $N_u = 5$ ,将输出矩阵  $Q_y$  和控制矩阵  $Q_u$  分别设为单位矩阵,选择随机噪声幅值为 0、2、5、10 km/h,进行城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器仿真。

不同随机噪声干扰下,城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器的速度跟踪仿真如图 4 所示。计算不同随机噪声干扰下的速度跟踪误差,结果如表 2 所示。

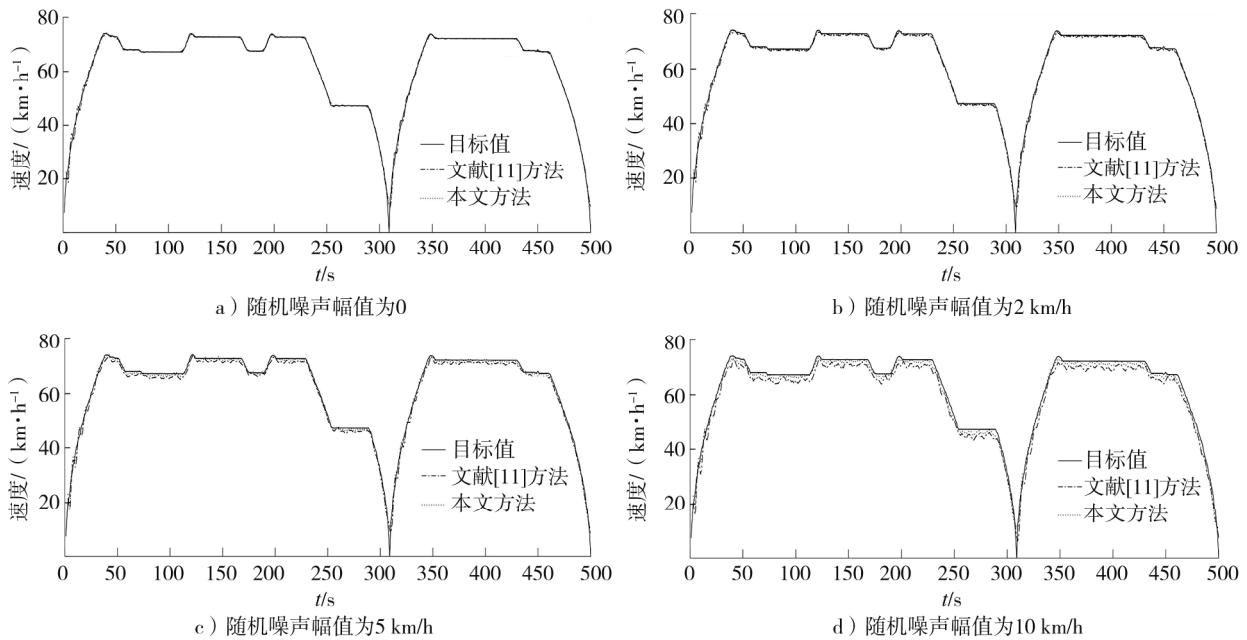


图 4 不同随机噪声干扰下城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器的速度跟踪仿真

表 2 不同随机噪声干扰下城轨列车 FAO 系统噪声子空间鲁棒预测控制器的速度跟踪误差

随机噪声 幅值/( $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ )	最大跟踪误差/( $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ )		最小跟踪误差/( $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ )		平均跟踪误差/( $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ )		跟踪误差方差/[ $(\text{km}\cdot\text{h}^{-1})^2$ ]	
	本文方法	文献[11]方法	本文方法	文献[11]方法	本文方法	文献[11]方法	本文方法	文献[11]方法
0	5.864 3	5.864 3	0.000 1	0.000 1	0.037 0	0.037 0	0.767 0	0.767 0
2	5.638 6	6.098 5	0.001 3	0.002 7	0.169 4	0.482 7	0.770 1	0.784 7
5	5.540 7	7.207 8	0.002 0	0.007 4	0.313 2	1.079 4	0.872 7	0.907 3
10	4.895 3	8.528 8	0.015 9	0.109 8	0.868 1	2.289 2	1.030 1	1.148 5

由图 4 及表 2 可知:无噪声干扰时,本文方法和文献[11]方法的速度跟踪误差相同,跟踪效果一致;随噪声幅值的增大,文献[11]方法的跟踪效果明显落后于本文方法,本文方法在有噪声干扰下城轨列车运行控制的鲁棒性较好,噪声幅值为 2、5、10 km/h 时,速度预测精度比文献[11]方法分别提高 3.13%、7.66%、14.21%。速度跟踪误差过大影响城轨列车在全自动运行情况下的停车精确度,降低乘客乘坐的舒适性,甚至可能发生城轨列车超过停车对标范围车门无法打开的事故。

## 4 结束语

对城轨列车全自动运行系统实际运行中因噪声干扰引起数据变化,导致模型辨识精确度降低的问题,基于传统子空间预测控制模型,设计城轨列车全自动运行系统噪声子空间鲁棒预测控制器,采用最小二乘的一阶近似数值分析方法建立噪声序列与模型的直接关系,通过矩阵拉直运算对模型参数降维以减少算法的运算量,得到城轨列车全自动运行系统噪声子空间鲁棒预测控制器算法。采用软件 MATLAB 在不同噪声幅值下仿真城轨列车全自动运行系统噪声子空间鲁棒预测控制器的预测精度,结果表明在噪声干扰下城轨列车全自动运行系统噪声子空间鲁棒预测控制器的速度跟踪误差较小,运行控制鲁棒性较好。

### 参考文献:

[1] 郗春海,王伟,李凯,等.全自动运行系统发展趋势及建议[J].都市快轨交通,2018,31(1):51-57.

- [2] 刘文珍.城市轨道交通全自动列车追踪运行控制优化研究[D].兰州:兰州交通大学,2021.
- [3] 宁滨,郗春海,李开成,等.中国城市轨道交通全自动运行系统技术及应用[J].北京交通大学学报,2019,43(1):1-6.
- [4] 中国城市轨道交通协会.城市轨道交通2022年度统计和分析报告[J].城市轨道交通,2023(4):13-15.
- [5] 张福景,纪东旭,李美华,等.基于无人驾驶环境的列车智能化仿真试验平台研究[J].智慧轨道交通,2022,59(3):35-37.
- [6] 路向阳,吕浩炯,廖云,等.城市轨道交通全自动驾驶系统关键装备技术综述[J].机车电传动,2018(2):1-6.
- [7] 仲维锋,徐洪泽.基于控制参数化方法的列车节能操纵优化研究[J].铁道学报,2017,39(6):72-79.
- [8] 高豪,张亚东,郭进,等.基于动态规划的列车节能操纵优化方法[J].铁道学报,2020,42(8):76-84.
- [9] ZHU X M, PU Q, ZHANG Q, et al. Automatic train operation speed profile optimization and tracking with multi-objective in urban railway[J]. Periodica Polytechnica Transportation Engineering, 2019, 48(1):57-64.
- [10] GOODWIN J C, FLETCHER D I, HARRISON R F. A methodology for robust multi-train trajectory planning under dwell-time and control-point uncertainty[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2019, 234(6):596-606.
- [11] 颜争,兰清群.城轨ATO系统子空间预测控制方法[J].山东交通学院学报,2022,30(1):35-43.
- [12] 颜争.高速列车子空间模型辨识与预测控制方法[D].南昌:华东交通大学,2013.
- [13] BEBIANO N, DA P. Inverse problems for pseudo-Jacobi matrices: existence and uniqueness results[J]. Inverse Problems: An International Journal of Inverse Problems, Inverse Methods and Computerised Inversion of Data, 2011, 27(2):025005.
- [14] BOOM V D, HAVERKAMP B. Towards a state-space polytopic uncertainty description using subspace model identification techniques[C]//Proceedings of the American Control Conference, 2000. [S.l.]:IEEE, 2000, 3:1807-1811.
- [15] 吴恒飞,张宗标.爪形矩阵约束四元数矩阵方程 $A \times B = C$ 的求解[J].西昌学院学报(自然科学版),2021,35(1):58-61.

## A robust subspace predictive control method on noise of fully autonomous operation system for urban rail train

YAN Zheng, LAN Qingqun

Anhui Communications Vocational & Technical College, Hefei 230051, China

**Abstract:** Based on the historical operation data of urban rail train and fully considering the impact of noise interference during the operation process, a control model containing noise is constructed by subspace identification method to ensure that it can be more consistent with the actual operating state, and the prediction accuracy is higher. Real-time data is continuously added during the control process to iterate the historical data identified by the model, and the model parameters are updated online to obtain a robust subspace predictive controller with strong anti-interference ability. In MATLAB simulation experiments, noise amplitudes of 0, 2, 5, 10 km/h are set and compared with traditional subspace predictive control methods. The results showed that under the interference of random noise, the robust subspace predictive controller for fully autonomous operation (FAO) system of urban rail trains has a high prediction accuracy. When the noise amplitude is 10 km/h, the prediction accuracy improves by 14.21% compared with the traditional subspace prediction controller. The robust subspace predictive control method on noise of fully autonomous operation system for urban rail trains can achieve high-precision tracking of the expected curve of urban rail trains under strong interference operating conditions.

**Keywords:** urban rail train; FAO system; noise subspace; robust; predictive control

(责任编辑:赵玉真)